EXERCICES PRINCIPE DE RECURRENCE

Exercice 1 :

(u_n) est la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Démontrer par récurrence que pour tout n, $u_n > -3$.

Exercice 2 :

(v_n) est la suite définie par $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \sqrt{2 + v_n} \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Démontrer par récurrence que pour tout n, $v_n < 2$.

Exercice 3 :

retrouve cet exercice corrigé en vidéo sur www.supermaths.fr/conseils-pedagogiques

(u_n) est la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Démontrer par récurrence que pour tout n, $u_n < 6$.

Exercice 4 :

(u_n) est la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = -u_n + 4 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Démontrer par récurrence que pour tout n, $u_n = 2 + (-1)^n$.

Exercice 5 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$ pour tout entier naturel .

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

Exercice 6 :

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 3$ et pout tout $\in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2\, v_n - 1$.
Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 2^{n+1} + 1$.

Exercice 7 :

exercice conseillé dans la vidéo (Extrait Exercice Pondichéry 2016) sur
www.supermaths.fr/conseils-pedagogiques

La suite $(T_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $T_0 = 25$ et pour tout entier naturel n,
$T_{n+1} = 0{,}85 \times T_n + 15$.
Démontrer que, pour tout entier naturel n, $T_n = 100 - 75 \times 0{,}85^n$.

Exercice 8 :

(u_n) est la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \end{cases}$ pour tout entier naturel n .

Démontrer par récurrence que pour tout n, $0 \leq u_n \leq 2$.

Exercice 9 :

On considère la suite (u_n), à termes positifs, définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$ pour tout entier naturel n . Démontrer par récurrence que (u_n) est croissante.

Exercice 10 :

On pose $S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$ où n est un entier naturel tel que $n \geq 1$.

1) Calculer S_1 , S_2, S_3, S_4 .
2) Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n .
3) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$S_n = \frac{n\,(n+1)}{2}$$

Exercice 11 :

On pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$ où n est un entier naturel tel que $n \geq 1$.

1) Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n .
2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$S_n = \frac{n\,(n+1)(2n+1)}{6}$$

Exercice 12 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 5}$ pour tout entier naturel.

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2 \leq u_n < 3$.