La fonction logarithme népérien

$\ln(x)$ existe si $x > 0$ $\ln(u)$ existe si $u > 0$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(e^x) = x$

Pour tout $x > 0$, $e^{\ln(x)} = x$

La fonction $\ln(x)$ est **définie, continue** et **dérivable sur** $]0\,;+\infty[$ et $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$

$\ln(x)$ **strictement croissante** sur $]0\,;+\infty[$

Propriétés

$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$

$\ln(x) > \ln(y) \Leftrightarrow x > y$

$\ln(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$\ln(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$\ln(a^n) = n\ \ln(a) \quad n \in \mathbb{Z}$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

Limites

$\lim\limits_{x \to 0} \ln(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

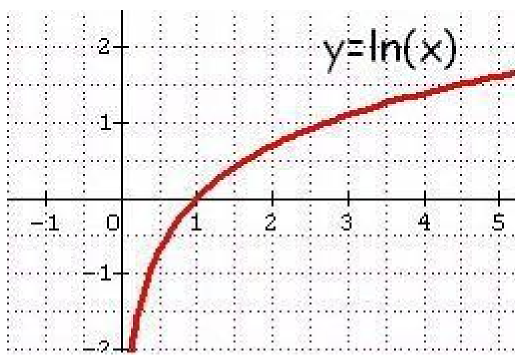
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0$

x l'emporte sur $\ln(x)$ en l'infini

Tableau de variations

x	0		$+\infty$
$\ln(x)$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Courbe de la fonction $\ln(x)$



<u>Méthode</u> : déterminer la limite de $\lim\limits_{x \to \bullet} \ln(u(x))$

1. $\lim\limits_{x \to \bullet} u(x) = \blacksquare$

2. $\lim\limits_{x \to \blacksquare} \ln(x) = \blacktriangle$

3. par composée,
$\lim\limits_{x \to \bullet} \ln(u(x)) = \blacktriangle$

$\left.\begin{array}{l} \bullet \\ \blacksquare \\ \blacktriangle \end{array}\right\}$ remplacent $\begin{array}{l} a \in \mathbb{R} \\ -\infty \\ +\infty \end{array}$

<u>A mémoriser :</u>

$\ln(+\infty) = +\infty$