EXERCICE 2C.1

Factoriser le polynôme, comme dans l'exemple :

$A(x) = (x+3)^2 - 2$ $= (x+3)^2 - (\sqrt{2})^2$ $= (x+3+\sqrt{2})(x+3-\sqrt{2})$	$B(x)=(x-5)^2-3$

$C(x)=(x+5)^2-7$	$D(x)=(x-3)^2-16$	$E(x)=(x-7)^2-2$
$F(x)=(2x-3)^2-11$	$G(x)=(3x+5)^2-25$	$H(x)=(5x-1)^2-4$

EXERCICE 2C.2

Ecrire sous forme canonique puis factoriser le polynôme, comme dans l'exemple :

$A(x) = x^2 - 6x + 6$ $A(x) = \underline{x^2 - 6x + 9} - 9 + 6$ $A(x) = (x-3)^2 - 3$ → *forme canonique* $A(x) = (x-3)^2 - (\sqrt{3})^2$ $A(x) = (x-3+\sqrt{3})(x-3-\sqrt{3})$	$B(x)=x^2+8x+3$

$C(x)=x^2-4x-1$	$D(x)=x^2-5x-1$	$E(x)=x^2+3x-5$
$F(x)=2x^2-12x+8$	$G(x)=2x^2+7x+3$	$H(x)=3x^2+15x-7$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - *MONTPELLIER*

EXERCICE 2C.1 Factoriser le polynôme, comme dans l'exemple :

$\mathbf{A}(x) = (x+3)^2 - 2$ $= (x+3)^2 - (\sqrt{2})^2$ $= (x+3+\sqrt{2})(x+3-\sqrt{2})$		$\mathrm{B}(x)=(x-5)^2-3$ $\mathrm{B}(x)=(x-5)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$ $\mathrm{B}(x)=\left(x-5+\sqrt{3}\right)\left(x-5-\sqrt{3}\right)$
$\mathrm{C}(x)=(x+5)^2-7$ $\mathrm{C}(x)=(x+5)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2$ $\mathrm{C}(x)=\left(x+5+\sqrt{7}\right)\left(x+5-\sqrt{7}\right)$	$\mathrm{D}(x)=(x-3)^2-16$ $\mathrm{D}(x)=(x-3)^2-4^2$ $\mathrm{D}(x)=(x-3+4)(x-3-4)$ $\mathrm{D}(x)=(x+1)(x-7)$	$\mathrm{E}(x)=(x-7)^2-2$ $\mathrm{E}(x)=(x-7)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2$ $\mathrm{E}(x)=\left(x-7+\sqrt{2}\right)\left(x-7-\sqrt{2}\right)$
$\mathrm{F}(x)=(2x-3)^2-11$ $\mathrm{F}(x)=(2x-3)^2-\left(\sqrt{11}\right)^2$ $\mathrm{F}(x)=\left(2x-3+\sqrt{11}\right)\left(2x-3-\sqrt{11}\right)$	$\mathrm{G}(x)=(3x+5)^2-25$ $\mathrm{G}(x)=(3x+5)^2-5^2$ $\mathrm{G}(x)=(3x+5+5)(3x+5-5)$ $\mathrm{G}(x)=3x(3x+10)$	$\mathrm{H}(x)=(5x-1)^2-4$ $\mathrm{H}(x)=(5x-1)^2-2^2$ $\mathrm{H}(x)=(5x-1+2)(5x-1-2)$ $\mathrm{H}(x)=(5x+1)(5x-3)$

EXERCICE 2C.2 Ecrire sous forme canonique puis factoriser le polynôme, comme dans l'exemple :

$\mathbf{A}(x) = x^2+6x+5$ $= x^2 + \underline{2\times 3\times x} + 5$ $= (x^2+2\times 3\times x \underline{+3^2}) \underline{-3^2} + 5$ $= (x+3)^2 - \underline{9} + 5$ $= (x-3)^2 - 3$ → ***forme canonique*** $= (x+3)^2 - 2^2$ $= (x+3+2)(x+3-2)$ $= (x+5)(x+1)$	$\mathrm{B}(x)=x^2+8x+3$ $\mathrm{B}(x)=x^2+\mathbf{2\times x\times 4}+3$ $\mathrm{B}(x)=\left(x^2+2\times x\times 4\mathbf{+4^2}\right)\mathbf{-4^2}+3$ $\mathrm{B}(x)=(x+4)^2-16+3$ $\mathrm{B}(x)=(x+4)^2-13$ → ***forme canonique*** $\mathrm{B}(x)=(x+4)^2-\left(\sqrt{13}\right)^2$ $\mathrm{B}(x)=\left(x+4+\sqrt{13}\right)\left(x+4-\sqrt{13}\right)$
$\mathrm{C}(x)=x^2-4x-1$ $\mathrm{C}(x)=x^2-\mathbf{2\times x\times 2}-1$ $\mathrm{C}(x)=\left(x^2-2\times x\times 2\mathbf{+2^2}\right)\mathbf{-2^2}-1$ $\mathrm{C}(x)=(x-2)^2-4-1$ $\mathrm{C}(x)=(x-2)^2-5$ → ***forme canonique*** $\mathrm{C}(x)=(x-2)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2$ $\mathrm{C}(x)=\left(x-2+\sqrt{5}\right)\left(x-2-\sqrt{5}\right)$	$\mathrm{D}(x)=x^2-5x-1$ $\mathrm{D}(x)=x^2-\mathbf{2\times x\times \frac{5}{2}}-1$ $\mathrm{D}(x)=\left(x^2-2\times x\times\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{5}{2}\right)^2-1$ $\mathrm{D}(x)=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}-1$ $\mathrm{D}(x)=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{29}{4}$ → ***forme canonique*** $\mathrm{D}(x)=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{29}{4}}\right)^2$ $\mathrm{D}(x)=\left(x-\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2}\right)$

$$E(x)=x^2+3x-5$$
$$E(x)=x^2+2\times x\times\frac{3}{2}-5$$
$$E(x)=\left(x^2+2\times x\times\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2-5$$
$$E(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-5$$
$$E(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{29}{4}$$ →*forme canonique*
$$E(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{29}{4}}\right)^2$$
$$E(x)=\left(x+\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2}\right)$$

$$F(x)=2x^2-12x+8$$
$$F(x)=2\left(x^2-6x+4\right)$$
$$F(x)=2\left(x^2-2\times x\times 3+4\right)$$
$$F(x)=2\left[\left(x^2-2\times x\times 3+3^2\right)-3^2+4\right]$$
$$F(x)=2\left[(x-3)^2-9+4\right]$$
$$F(x)=2\left[(x-3)^2-5\right]$$
$$F(x)=2(x-3)^2-10$$ →*forme canonique*
$$F(x)=2\left[(x-3)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right]$$
$$F(x)=2\left[\left(x-3+\sqrt{5}\right)\left(x-3-\sqrt{5}\right)\right]$$

$$G(x)=2x^2+7x+3$$
$$G(x)=2\left(x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}\right)$$
$$G(x)=2\left(x^2+2\times x\times\frac{7}{4}+\frac{3}{2}\right)$$
$$G(x)=2\left[\left(x^2+2\times x\times\frac{7}{4}+\left(\frac{7}{4}\right)^2\right)-\left(\frac{7}{4}\right)^2+\frac{3}{2}\right]$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{49}{16}+\frac{3}{2}\right]$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{49}{16}+\frac{24}{16}\right]$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{16}\right]=2\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{7}{4}+\frac{5}{4}\right)\left(x+\frac{7}{4}-\frac{5}{4}\right)\right]$$
$$G(x)=2\left[\left(x+\frac{12}{4}\right)\left(x+\frac{2}{4}\right)\right]$$
$$G(x)=2\left[(x+3)\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$H(x)=3x^2+15x-7$$
$$H(x)=3\left(x^2+5x-\frac{7}{3}\right)$$
$$H(x)=3\left(x^2+2\times x\times\frac{5}{2}-\frac{7}{3}\right)$$
$$H(x)=3\left[\left(x^2+2\times x\times\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{7}{3}\right]$$
$$H(x)=3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}-\frac{7}{3}\right]$$
$$H(x)=3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{75}{12}-\frac{28}{12}\right]$$
$$H(x)=3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{103}{12}\right]=3\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{103}{4}$$
$$H(x)=3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{103}{12}}\right)^2\right]$$
$$H(x)=3\left[\left(x+\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{103}{12}}\right)\left(x+\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{103}{12}}\right)\right]$$