

## Exercices : Suites + Corrigé

Ex 1:  $v_{m+1} = v_m \times 0,95 + 4$   $v_0 = 42$

$$w_m = v_m - 80$$

- 1) Montrer que  $(w_m)$  est une suite géométrique de raison  $q = 0,95$  et préciser son premier terme  $w_0$
- 2) Exprimer  $w_m$  en fonction de  $m$
- 3) Exprimer  $v_m$  en fonction de  $m$
- 4) Déterminer la limite de  $(w_m)$
- 5) En déduire la limite de  $(v_m)$



Ex 2: On considère la suite  $(u_m)$  définie par  $u_0 = 10$  et pour tout entier naturel  $m$ ,  $u_{m+1} = 0,9 u_m + 1,2$ .

1. On considère la suite  $(v_m)$  définie pour tout entier naturel  $m$  par  $v_m = u_m - 12$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_m)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  - b) Exprimer  $v_m$  en fonction de  $m$
  - c) En déduire que pour tout entier naturel  $m$ ,
$$u_m = 12 - 2 \times 0,9^m$$
- 2) Déterminer la limite de la suite  $(v_m)$  et en déduire celle de la suite  $(u_m)$

Ex 3 On considère la suite  $(p_m)$  définie par :  
 $p_1 = 0$  et pour tout entier naturel  $m \geq 1$ ,

$$p_{m+1} = 0,2 p_m + 0,04.$$

- a) Montrer que la suite  $(u_m)$  définie pour tout entier naturel  $m \geq 1$  par  $u_m = p_m - 0,05$  est une suite géométrique dont on donnera la raison  $r$  et le premier terme.
- b) Exprimer  $u_m$  en fonction de  $m$
- c) Exprimer  $p_m$  en fonction de  $m$
- d) En déduire la limite de la suite  $(p_m)$ .

Ex 1:

$$1) w_{m+1} = v_{m+1} - 80$$

$$w_{m+1} = v_m \times 0,95 + 4 - 80$$

$$w_{m+1} = v_m \times 0,95 - 76 \quad \text{or} \quad w_m = v_m - 80$$

$$\text{donc} \quad v_m = w_m + 80$$

$$\text{d'où} \quad w_{m+1} = (w_m + 80) \times 0,95 - 76$$

$$w_{m+1} = 0,95 w_m + 76 - 76$$

$$w_{m+1} = 0,95 w_m$$

d'où  $(w_m)$  est une suite géométrique de raison  $q = 0,95$

$$w_m = v_m - 80$$

$$w_0 = v_0 - 80 = 42 - 80 = -38$$

$$2) \quad w_m = w_0 \times q^m$$

$$w_m = -38 \times 0,95^m$$

$$3) \quad v_m = w_m + 80$$

$$v_m = -38 \times 0,95^m + 80$$

$$4) \quad w_m = -38 \times 0,95^m$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} 0,95^m = 0 \quad \text{car} \quad -1 < q < 1$$

$$\text{donc} \quad \lim_{m \rightarrow +\infty} w_m = 0$$

$$5) \quad v_m = w_m + 80 \quad \text{et} \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{m \rightarrow +\infty} w_m = 0 \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} 80 = 80 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme} \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} v_m = 80 \end{array}$$



Ex 2 :

$$1a) \quad v_{m+1} = u_{m+1} - 12$$

$$v_{m+1} = 0,9 u_{m+1} - 12$$

$$v_{m+1} = 0,9 u_m - 10,8 \quad \text{or } v_m = u_m - 12$$

$$\text{donc } u_m = v_m + 12$$

$$\text{d'où } v_{m+1} = 0,9 \times (v_m + 12) - 10,8$$

$$v_{m+1} = 0,9 v_m + 10,8 - 10,8$$

$$v_{m+1} = 0,9 v_m \quad \text{S.G: } q = 0,9$$

$$v_0 = u_0 - 12$$

$$v_0 = 10 - 12 = -2$$

Donc  $(v_m)$  est une suite géométrique de raison 0,9 et de 1<sup>er</sup> terme  $v_0 = -2$ .

$$1b) \quad v_m = v_0 \times q^m$$

$$v_m = -2 \times 0,9^m$$

$$1c) \quad u_m = v_m + 12$$

$$u_m = -2 \times 0,9^m + 12$$

$$u_m = 12 - 2 \times 0,9^m$$

$$2) \quad v_m = -2 \times 0,9^m$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} 0,9^m = 0$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} -2 = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{m \rightarrow +\infty} 0,9^m = 0 \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} -2 = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{car } -1 < q < 1 \\ \text{par produit} \end{array} \quad \lim_{m \rightarrow +\infty} v_m = 0$$

$$u_m = v_m + 12$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} v_m = 0$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} 12 = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{m \rightarrow +\infty} v_m = 0 \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} 12 = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme} \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} u_m = 12 \end{array}$$



**SUPERMATHS**

déclaré auprès du rectorat

Ex 3 :

$$\begin{aligned} a) \quad u_{n+1} &= p_{n+1} - 0,05 \\ u_{n+1} &= 0,2p_n + 0,04 - 0,05 \\ u_{n+1} &= 0,2p_n - 0,01 \quad \text{or} \quad u_n = p_n - 0,05 \\ &\quad \text{donc} \quad p_n = u_n + 0,05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où} \quad u_{n+1} &= 0,2(u_n + 0,05) - 0,01 \\ u_{n+1} &= 0,2u_n + 0,01 - 0,01 \\ u_{n+1} &= 0,2u_n \end{aligned}$$

donc  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,2

$$\begin{aligned} u_1 &= p_1 - 0,05 \\ u_1 &= 0 - 0,05 = -0,05 \end{aligned}$$

$(u_n)$  a pour 1<sup>er</sup> terme  $u_1 = -0,05$

$$\begin{aligned} b) \quad u_n &= u_1 \times q^{n-1} \\ u_n &= -0,05 \times 0,2^{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad p_n &= u_n + 0,05 \\ p_n &= -0,05 \times 0,2^{n-1} + 0,05 \end{aligned}$$

$$d) \quad p_n = -0,05 \times 0,2^{n-1} + 0,05$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,2^{n-1} &= 0 \quad \text{car} \quad -1 < 0,2 < 1 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} -0,05 &= -0,05 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{par produit} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} -0,05 \times 0,2^{n-1} = 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,05 &= 0,05 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} -0,05 \times 0,2^{n-1} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = 0,05 \end{array}$$

